

ZSA: Przestrzenie metryczne

Lista zadań

Krzysztof Majcher
Politechnika Wrocławska, WPPT

Wrocław • 16.11.2015

Ex. 1 — Udowodnij, że metryka przyjmuje wartości nieujemne.

Ex. 2 — Udowodnij, że dla dowolnego niepustego zbioru X funkcja $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ jest metryką.

$$d(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x = y \\ 1 & \text{dla } x \neq y \end{cases}$$

Ex. 3 — Czy funkcja $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia nierówność trójkąta? Czy d jest metryką?

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2|$$

Ex. 4 — Jak wyglądają kule na płaszczyźnie w metryce rzeka, a jak w metryce centrum?

Ex. 5 — Czy dla dowolnej metryki d na płaszczyźnie \mathbb{R}^2 przesunięcie o wektor kuli w metryce d jest nadal kulą w tej metryce?

Ex. 6 — Czy istnieją przestrzeń metryczna (X, d) , punkty $x_1, x_2 \in X$ oraz takie liczby rzeczywiste dodatnie $r < R$, że $K(x_0, R) \subseteq K(x_1, r)$?

Ex. 7 — Wyznacz średnicę zbioru $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ względem różnych metryk.

Powodzenia,
Krzysztof Majcher