

ZSA: Częściowe porządki

Lista zadań

Szymon Żeberski
Politechnika Wrocławska, WPPT

Wrocław • 14.04.2015

Zadanie 1

Sprawdź, czy relacja R jest częściowym porządkiem na zbiorze X

1. $X = \mathbb{N}$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x \neq 2y\}$,
2. $X = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $R = \{(f, g) \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{R}} : \forall x f(x) \leq g(x)\}$,
3. $X = \mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, $R = \{(f, g) \in \mathbb{R}^{\mathbb{R}} \times \mathbb{R}^{\mathbb{R}} : \exists x f(x) \leq g(x)\}$,
4. $X = \mathbb{Z}$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : \exists z \in \mathbb{Z} xz = y\}$,
5. $X = P(\{1, 2, 3, 4, 5\}) \setminus \{\emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$, $R = \{(A, B) \in X \times X : A \subseteq B\}$.

Symbol $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ oznacza zbiór wszystkich funkcji przekształcających zbiór liczb rzeczywistych \mathbb{R} w \mathbb{R} .

Symbol $P(Y)$ oznacza zbiór wszystkich podzbiorów zbioru Y .

Zadanie 2

Dla par (X, R) z poprzedniego zadania, które są częściowymi porządkami, znajdź elementy minimalne, maksymalne, najmniejsze i największe.

Zadanie 3

Niech $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Dla jakich par liczb naturalnych (m, n) można znaleźć częściowy porządek R na X , w którym jest dokładnie m elementów minimalnych oraz dokładnie n maksymalnych?

Zadanie 4

Udowodnij, że jeśli w częściowym porządku (X, R) są dwa elementy minimalne to nie ma elementu najmniejszego. Czy twierdzenie odwrotne jest prawdziwe?

Zadanie 5

Niech R, S będą częściowymi porządkami na zbiorze X .

1. Czy R^{-1} jest częściowym porządkiem na X ?
2. Czy $R \circ S$ jest częściowym porządkiem na X ?

Powodzenia,
Szymon Żeberski