

ZSA: Relacje równoważności

Lista zadań

Marek Klonowski
Politechnika Wrocławska, WPPT

Wrocław • 12.05.2015

Zadanie 1

Sprawdź, czy R jest relacją równoważności na X . Jeśli jest, wyznacz jej klasy abstrakcji.

1. $X = \mathbb{N}$, $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : x \neq 2y\}$,
2. $X = \mathbb{R}$, $R = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : a^2 = b^2\}$,
3. X - zbiór wszystkich prostych na płaszczyźnie; $L_1 R L_2$ wtedy i tylko wtedy gdy proste L_1 oraz L_2 są równoległe.

Zadanie 2

Niech $X = \{1, 2, 3\}$. Ile jest relacji równoważności na X ? A ile na zbiorze $Y = \{\clubsuit, \spadesuit, \heartsuit\}$?

Zadanie 3

Niech \mathbb{Z} oznacza zbiór liczb całkowitych. Niech $n > 1$ będzie ustaloną liczbą naturalną. Relację \equiv_n na zbiorze \mathbb{Z} definiujemy tak:

$$x \equiv_n y \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } n \mid (x - y).$$

Czy \equiv_n jest relacją równoważności na \mathbb{Z} ? Jeśli tak, to wyznacz \mathbb{Z} / \equiv_n .

Zadanie 4

Niech \mathbb{R} oznacza zbiór liczb rzeczywistych. Na płaszczyźnie $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) : x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R}\}$ określamy relację

$$(a, b) \sim (c, d) \text{ wtedy i tylko wtedy, gdy } a^2 + b^2 = c^2 + d^2.$$

Pokaż, że \sim jest relacją równoważności na zbiorze P oraz wyznacz jej klasy abstrakcji (czyli, wyznacz zbiór $\mathbb{R} \times \mathbb{R} / \sim$).

Zadanie 5

Czy relacja równoważności może być częściowym porządkiem?

Powodzenia,
w razie pytań proszę o e-mail
Marek Klonowski