

ZSA: Permutacje i podzbiory

Lista zadań

Szymon Żeberski
Politechnika Wrocławska, WPPT

Wrocław • 02.06.2015

Zadanie 1

Ile jest permutacji zbioru $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$, które

1. są rosnące?
2. są malejące?
3. nie są monotoniczne?

Zadanie 2

Oblicz liczbę elementów zbioru:

1. $\{A \subseteq [n] : 1 \notin A\}$,
2. $\{A \subseteq [n] : 1 \notin A, 2 \in A\}$,
3. $\{(A, B) \in P([n]) \times P([n]) : A \cup B = [n], A \cap B = \emptyset\}$,
4. $\{(A, B) \in P([n]) \times P([n]) : A \cup B = [n]\}$,
5. $\{(A, B) \in P([n]) \times P([n]) : A \cap B = \emptyset\}$.

Zadanie 3

Udowodnij używając Zasady Indukcji Matematycznej, że dla dowolnego naturalnego n oraz dowolnych rzeczywistych liczb x, y zachodzi równość

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Zadanie 4

Znajdź bardziej zwartą postać sumy

1. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 3^k$,
2. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-3)^k$,
3. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^{k+1} 3^{n-k-1}$,
4. $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} k$.

Powodzenia,
Szymon Żeberski