

Analiza Matematyczna

przykładowe zadania na egzamin

Jacek Cichoń
Politechnika Wrocławska
WPPT

22 stycznia 2016

Zadanie 1. Wyznacz granicę ciągu

$$a_n = \frac{\ln(2^n + 1)}{n} .$$

Zadanie 2. W jakim punkcie półprostej $(1, \infty)$ funkcja

$$f(x) = \frac{e^x}{x(x-1)}$$

przyjmuje najmniejszą wartość?

Zadanie 3. Rozważamy prostokąty o wierzchołkach w punktach $A = (0, 0)$, $B = (0, x)$, $C = (x, y)$ i $D = (0, y)$, gdzie $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$ oraz $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Który z tych prostokątów ma największą powierzchnię? Wyznacz ile ona wynosi.

Zadanie 4. Niech $f(x) = x^2 - 1$ oraz $g(x) = 1 - x - 2x^2$. Sporządź rysunek obszaru $S = \{(x, y) : f(x) \leq y \leq g(x)\}$ oraz oblicz jego powierzchnię i wyznacz ile ona wynosi.

Zadanie 5. Wyznacz następującą całkę nieoznaczoną

$$\int \sin(2x) \cos(x) dx .$$

Zadanie 6. Niech $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ będzie funkcją zadaną wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } x = 0 \\ \frac{e^x - 1}{x} & \text{jeżeli } x \neq 0 \end{cases}$$

Oblicz $f'(0)$.