

# Isomorfizm grafów

Oznaczenia:

$K_m = ([m], [m]^2)$ , czyli jest to graf pełny o  $m$  wierzchołkach

$L_m = ([m], \{\{i, i+1\} : i \in [m-1]\})$ , czyli jest to "linia" o  $m$  wierzchołkach

$C_m = ([m], \{\{1,2\}, \{2,3\}, \dots, \{m-1,m\}, \{m,1\}\})$ , czyli jest to cykl o  $m$  wierzchołkach

$K_{m,m} = ([m] \times \{0\} \cup [m] \times \{1\}, \{\{a,0\}, \{b,1\} : a \in [m], b \in [m]\})$ ,  
jest to graf dwudzielny pełny.

Def. Niech  $G = (G, E)$ ,  $H = (H, F)$  będą grafami prostymi.

$\varphi$  nazywamy izomorfizmem grafów  $G, H$  jeśli:

•  $\varphi: G \rightarrow H$  jest bijekcją

•  $(\forall v, w \in G) (\{v, w\} \in E \iff \{\varphi(v), \varphi(w)\} \in F)$

Def. Grafy  $G, H$  są izomorficzne jeśli istnieje izomorfizm pomiędzy nimi.

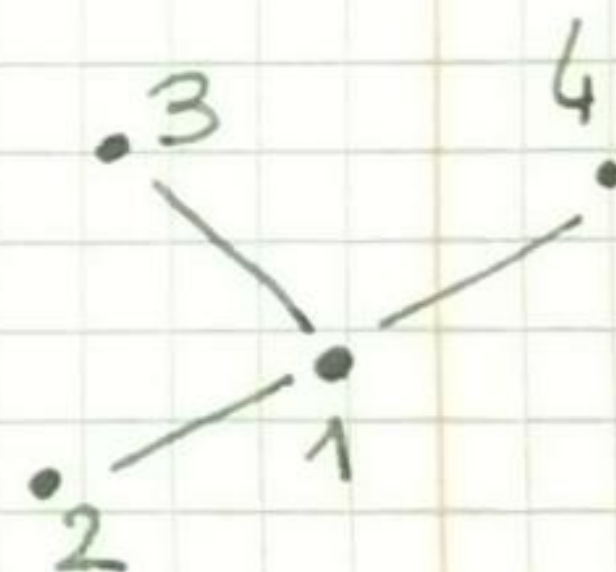
Def. Grupa <sup>auto</sup> ~~isomorfizmów~~ grafu  $G = (G, E)$  nazywamy

$\Gamma(G) = \{\varphi: G \rightarrow G \mid \varphi \text{ jest izomorfizmem pomiędzy } G \text{ i } G\}$

Działanie w tej grupie to  $\circ$ , czyli składanie odwzorowań.

Ćw. Sprawdź, że to w istocie jest grupa.

Przykład.  $G = (\{1,2,3,4\}, \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}\})$



$\Gamma(G) = \{\varphi: [4] \rightarrow [4] \mid \varphi \text{ jest permutacją, } \varphi(1) = 1\}$

$\Gamma(G) \cong S_3$  (permutacje zbioru trylementarnego  $\{2,3,4\}$ ).