Zad. 10 L3

Rozwiązanie opiera się na następującej obserwacji:

Dla funkcji $h: X \to X$ oznaczmy $\operatorname{supp} h = \{x \in X : h(x) \neq x\}$

Niech $f, g : X \to X$. Zał. że $\operatorname{supp} f \cap \operatorname{supp} g = \emptyset$.

Wtedy $f \circ g = g \circ f$.

Niech teraz $\pi \in S_n$ ma rozkład na k cykli:

$\pi = \sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3 \circ \ldots \circ \sigma_k$ { przy dalszej permutacji znak złożenia $\circ$ z reguły pomijam }

o długościach odpowiednio $c_1, c_2, \ldots, c_k$.

Cykle są rozłączne, tzn. $\operatorname{supp} \sigma_i \cap \operatorname{supp} \sigma_j = \emptyset$ dla $i \neq j$

To implikuje, że

$$\pi^m = \sigma_1^m \sigma_2^m \ldots \sigma_k^m$$

Stąd $\pi^{NWW(c_1,\ldots,c_k)} = \sigma_1^{NWW(c_1,\ldots,c_k)} \cdot \ldots \cdot \sigma_k^{NWW(c_1,\ldots,c_k)} = id$

Z drugiej strony

jeśli $\pi^m = id$, to $\forall i \ \ \sigma_i^m = id$

zatem m jest wielokrotnością c_i. $\square$