

Zad. 11 L5.

Niech a_1, a_2, \dots, a_n będzie wejściowym ciągiem liczb rzeczywistych

Zbudujmy graf $G = ([n], E)$ następująco:

$\{i, j\} \in E \iff$ algorytm szukający minimum porównał a_i z a_j

Zauważmy, że graf G jest spójny.

Jeśli G nie jest spójny, to

niech $A \subseteq [n]$ będzie spójną składową grafu G taką, że $k \in A$, gdzie a_k jest najmniejszy.

Zmodyfikujmy ciąg wejściowy:

$$a'_i = \begin{cases} a_i & : i \in A \\ a_i - M & : i \notin A \end{cases}$$

M jest wystarczająco duża, liczbą by $\min\{a'_i : i \in [n]\} \neq a_k$.

Nasz algorytm będzie działał tak samo na ciągu $(a_i : i \in [n])$ jak na ciągu $(a'_i : i \in [n])$

Jako odpowiedź dostaniemy zatem $a'_k = a_k$ \leftarrow

Graf spójny o n wierzchołkach ma $\geq n-1$ krawędzi. \square