

Architektura komputerów i systemy operacyjne

Lista 4

- 1) Pokazać za pomocą tablic prawdy słuszność następujących twierdzeń algebry Boole'a.
 - a) Prawa łączności
 - b) Twierdzenia de Morgana dla trzech zmiennych
 - c) Prawa rozdzielności '+' względem ''.
- 2) System z operacjami $\{v, \wedge, \neg\}$ jest funkcjonalnie pełny. Pokaż, że następujące systemy są funkcjonalnie pełne
 - a) tylko z operacją NAND
 - b) tylko z operacją NORCzy system tylko z implikacją $\{\rightarrow\}$ jest funkcjonalnie pełny? .
- 3) Wyrazić następujące funkcje w postaci SOP (sumy iloczynów) i POS (iloczynu sum).
 - a) $F(A, B, C, D) = D(A' + B) + B'D$
 - b) $F(W, X, Y, Z) = Y'Z + WXY' + WXZ' + W'X'Z$
 - c) $F(A, B, C, D) = (A + B' + C)(A + B')(A + C' + D')(A' + B + C + D')(B + C' + D')$
 - d) $F(A, B, C) = (A' + B)(B' + C)$
 - e) $F(X, Y, Z) = 1$
 - f) $F(X, Y, Z) = (XY + Z)(Y + XZ)$
- 4) Przekształcić następujące funkcje do postaci kanonicznej (wykorzystując literały).
 - a) $F(X, Y, Z) = \sum m(1, 3, 7)$
 - b) $F(X, Y, Z) = \prod M(0, 3, 6, 7)$
- 5) Dana jest funkcja boolowska $F = XY + X'Y' + Y'Z$. Zrealizować ją przy pomocy:
 - a) bramek AND, OR oraz NOT,
 - b) jedynie przy pomocy bramek OR i NOT,
 - c) jedynie przy pomocy bramek AND i NOT.
- 6) Uprościć następujące funkcje boolowskie do minimalnej liczby literałów.
 - a) $P' + P'R + QR'$
 - b) $X'Y(Y' + Z) + W'X'Z' + WX'Y'(Z + Z'X)$
 - c) $XY + XY'$
 - d) $(X + Y)(X + Y')$
 - e) $XYZ + X'Y + XYZ'$
 - f) $ZX + ZX'Y$
 - g) $(A + B)(A' + B')$
 - h) $Y(WZ' + WZ) + XY$
- 7) Podaj tablicę prawdy dla funkcji wykrywającej czy dana liczba w postaci binarnej:
 - a) jest nieparzysta tzn. funkcja przyjmuje wartość 1 wtedy i tylko wtedy, gdy podana liczba jest nieparzysta.
 - b) jest liczbą pierwszą.

Założmy, że funkcja ma trzy zmienne. Zaprojektuj układ cyfrowy z możliwie najmniejszą liczbą bramek, który realizuje powyższą funkcję.