# Architektura komputerów i systemy operacyjne
## Lista 5

1) Pokazać za pomocą tablic prawdy słuszność następujących twierdzeń algebry Boole'a.
   a) Prawa łączności
   b) Twierdzenia de Morgana dla trzech zmiennych
   c) Prawa rozdzielności '+' względem '·'.
2) System z operacjami {∨, ∧, ¬} jest funkcjonalnie pełny. Pokaż, że następujące systemy są funkcjonalnie pełne
   a) tylko z operacją NAND
   b) tylko z operacją NOR
   Czy system tylko z implikacją {→} jest funkcjonalnie pełny? .
3) Wyrazić następujące funkcje w postaci SOP (sumy iloczynów) i POS (iloczynu sum).
   a) F (A, B, C, D) = D(A' + B) + B'D
   b) F (W, X, Y, Z) = Y'Z + WXY' + WXZ' + W'X'Z
   c) F (A, B, C, D) = (A + B'+ C)(A + B')(A + C' + D' )(A' + B + C + D')(B + C' + D')
   d) F (A, B, C) = (A' + B)(B' + C)
   e) F (X, Y, Z) = 1
   f) F (X, Y, Z) = (XY + Z)(Y + XZ)
4) Przekształcić następujące funkcje do postaci kanonicznej (wykorzystując literały).
   a) F (X, Y, Z) = $\sum \mathbf{m}(1, 3, 7)$
   b) F (X, Y, Z) = $\prod \mathbf{M}(0, 3, 6, 7)$
5) Dana jest funkcja boolowska F = XY + X'Y' + Y'Z. Zrealizować ją przy pomocy:
   a) bramek AND, OR oraz NOT,
   b) jedynie przy pomocy bramek OR i NOT,
   c) jedynie przy pomocy bramek AND i NOT.
6) Uprościć następujace funkcje boolowskie do minimalnej liczby literałów.
   a) P' + P'R + QR'
   b) X 'Y (Y' + Z') + W'X'Z' + WX'Y'(Z + Z'X)
   c) XY + XY'
   d) (X + Y)(X + Y')
   e) XYZ + X'Y + XYZ'
   f) ZX + ZX'Y
   g) (A + B)'(A' + B')
   h) Y(WZ' + WZ) + XY
7) Podaj tablicę prawdy dla funkcji wykrywającej czy dana liczbaw postaci binarnej:
   a) jest nieparzysta tzn. funkcja przyjmuje wartość 1 wtedy i tylko wtedy, gdy podana liczba jest nieparzysta.
   b) jest liczbą pierwszą.

   Załóżmy, że funkcja ma trzy zmienne. Zaprojektuj układ cyfrowy z możliwie najmniejszą liczbą bramek, który realizuje powyższą funkcję.