

Lista sprawozdań

Wybrane zagadnienia Algebry 2026

Dominik Bojko
KPI WIT PWr

8 kwietnia 2026

1 Sprawozdanie 1. (termin: 26.04.26)

Za to sprawozdanie do zdobycia jest 10pkt na 30 możliwych za 3 sprawozdania. Sprawozdanie powinno mieścić się maksymalnie na 4 stronach A4 (choć wskazane jest nawet mniej) i należy je wysłać w powyższym terminie na maila prowadzącego laboratoria (chyba, że laborant zadecyduje inaczej). Sprawozdanie powinno być podpisane imieniem i nazwiskiem, wraz z podaniem numeru indeksu.

Ważne: Zakładamy, że abcdef to kolejne cyfry Twojego numeru indeksu. Będzie to 6 zmiennych użytych w poleceniach. Przykładowo, dla numeru indeksu 186021, $b = 8$, a $d = 0$, zatem wielomian $bx^2 + d$ to $8x^2$.

Nie trzeba wykonywać wszystkich zadań, ani wszystkich ich części. W przypadku tego sprawozdania rekomendowane jest zrobić minimum zad. 2. (bez rozszerzonego algorytmu Euklidesa) i zad. 3., gdyż będą częściowo wykorzystywane w kolejnych sprawozdaniach.

Lab. 1 (3 pkt). Zaimplementuj w wybranym języku pierścien liczb Gaussa $\mathbb{Z}[i]$. Opisz jak reprezentowane są te liczby. Zaimplementuj dla nich: normę, dzielenie z resztą, NWD i NWW. Opisz pokrótce jak wyliczane są te funkcje. Sprawozdanie tego zadania powinno zawierać:

- Fragmenty kodu dla dzielenia z resztą i NWD,
- Wywołanie dla $N(a + bi)$ oraz dzielenia $(c + a) + (d + b)i$ przez $e + fi$. Podaj wszystkie możliwe wyniki i uzasadnij dlaczego nie ma ich więcej.
- Wywołanie NWD i NWW dla trójki liczb: $a + bi, c + di, e + di$ (podaj wszystkie możliwe wyniki). Uwaga: dodaj implementację NWD i NWW wywoływanych dla listy liczb (niekoniecznie tylko dwóch liczb). Jak wyglądają wywołania dla listy pustej i 1-elementowej?

Lab. 2 (4 pkt). Zaimplementuj w wybranym języku pierścien wielomianów $\mathbb{R}[x]$, w taki sposób, żeby można było łatwo go rozszerzyć do dowolnego $\kappa[x_1, \dots, x_n]$, gdzie κ jest ciałem. Opisz jak reprezentujesz te wielomiany i wyjaśnij krótko dlaczego. Dla $\mathbb{R}[x]$ zaimplementuj normę, dzielenie z resztą, NWD, NWW oraz rozszerzony algorytm wyznaczania NWD oraz krótko opisz ich działanie (można odnosić się do rozwiązania zadania 1.) W sprawozdaniu zawrzyj:

- Wywołanie normy wielomianu $cx^a + b$ oraz jego dzielenia przez wielomian $x + 1$.
- Wywołanie (rozszerzonego) NWD dla pary $v(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $w(x) = dx^3 + ex^2 + fx$. Na tej podstawie znajdź taką stałą g , że 1 nie należy do NWD dla $v(x)$ i $w(x) + g$. Wylicz NWW($v(x), w(x) + g$).

Lab. 3 (3 pkt). Zaimplementuj porządkowanie produktowe \leq na \mathbb{N}^n , gdzie $n \in \mathbb{N}$ oraz algorytm, który dla zadanej skończonej listy elementów zbioru $A \subset \mathbb{N}^n$ zwraca elementy \leq -minimalne w A i precyzyjnie opisz jego działanie. Porównaj ze sobą:

- pary: $(a, b), (c, d), (e, f)$ (każdy z każdym, w porządku na \mathbb{N}^2)
- trójki: $(a, c, e), (b, d, f)$ (w porządku na \mathbb{N}^3)

Znajdź elementy minimalne w zbiorach: $A = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 : (x - a)^2 + (y - b)^2 < 5\}$ oraz

$$B = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{N}^4 : (x_1 - c)^2 + (x_2 - d)^2 + (x_3 - e)^2 + (x_4 - f)^2 > 224\}.$$

Powodzenia!