

**Lista 5 na laboratorium z Metod Probabilistycznych Algorytmiki
do wykładu dra Sz. Żeberskiego**

Zbadaj wartość oczekiwaną oraz koncentrację zmiennej losowej zwracającej liczbę kul w urnie, która posiada najwięcej kul dla następujących procesów:

1. Wrzucamy n kul do n urn jednostajnie losowo.
2. Wrzucamy n kul do n urn, dla każdej kuli wybieramy podzbiór d urn z n i wrzucamy ją do tej z d urn, która w tym momencie ma najmniej kul; jeśli mamy remis (kilka urn z taką samą najmniejszą liczbą kul) to wybieramy jednostajnie losowo jedną z tych urn.
3. Wrzucamy n kul do n urn w następujący sposób:
 - dzielimy n urn na d grup po n/d urn numerując te grupy od 1 do d (załóżmy, że n jest wielokrotnością d),
 - z każdej grupy wybieramy jednostajnie losowo urnę i wrzucamy kulę do tej z d urn, która posiada najmniej kul; jeśli mamy remis (kilka urn z taką samą najmniejszą liczbą kul) to wrzucamy kulę do tej “remisowej” urny, która należy do grupy o najmniejszym numerze.

Drugi i trzeci proces sprawdź dla $d = 2, 3, 4$.