

Analiza Matematyczna II

przykładowe zadania na egzamin

Jacek Cichoń
Politechnika Wrocławska
WPPT

16 czerwca 2017

Zadanie 1. Oblicz sumę $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{4^n}$.

Zadanie 2. Dla jakich wartości zmiennej x szereg $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} (x-1)^n$ jest zbieżny?

Zadanie 3. Pokaż, że dowolna funkcja ciągła na zbiorze $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \times [-1, 1]$ przyjmuje wartość maksymalną w jakimś punkcie tego zbioru.

Zadanie 4. Wyznacz punkty skupienia ciągu

$$a_n = \left((-1)^n \frac{n}{n+1}, (-1)^{n+1} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n+1} \right).$$

Zadanie 5. Niech $f(x, y) = (xy, x^2 - y^2)$. Wyznacz punkty (x, y) w których funkcja f jest lokalnie odwracalna.

Zadanie 6. Niech $h(x, y, z) = xy^2z$. Wyznacz te punkty $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ w których gradient funkcji h jest równy $(1, 1, 1)$.

Zadanie 7. Wyznacz największą wartość funkcji $f(x, y) = x^2y - xy^2$ na zbiorze $[0, 1]^2$.

Zadanie 8. Niech $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \times [0, 1]$. Oblicz

$$\iiint_A (x^2 + y^2 - z^2) dx dy dz.$$

Zadanie 9. Niech $\vec{F}(x, y, z) = (x, 2y, z)$. Niech $\gamma(t) = (\sin(t), t, t^2)$ dla $t \in [0, \pi]$. Oblicz

$$\int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l}.$$

Zadanie 10. Wyznacz ekstrema warunkowe funkcji $f(x, y)$ przy warunku $g(x, y) = 0$ dla następujących funkcji $f(x, y) = x + y^2$, $g(x, y) = e^{x+y} - xy - 1$

Zadanie 11. Oblicz całkę $\int_0^1 \int_0^1 |x^2 - y^2| dx dy$.

Zadanie 12. Oblicz objętość zbioru $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \wedge x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

Zadanie 13. Niech $D = \{(x, y) : 0 \leq x \wedge 0 \leq y \wedge 2^2 \leq x^2 + y^2 \leq 5^2\}$. Oblicz

$$\iint_D (2 \cdot x \cdot y) dx dy.$$

Zadanie 14. Niech $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ będzie ciągła. Pokaż, że zbiór $\{x \in \mathbb{R}^n : f(x) < 0\}$ jest zbiorem otwartym.

Powodzenia !!!