Wstęp do Informatyki i Programowania

Lista nr 1
2 i 4 października

W pozycyjnym systemie o podstawie p liczby naturalne zapisywane są za pomocą cyfr od 0 do $p-1$. Gdy $p > 10$, wówczas dla cyfr większych niż 9 stosuje się inne znaki, najczęściej kolejne litery (np. A - 10, B - 11, ..., F - 15).

Liczbę o k cyfrach w systemie o podstawie p reprezentować będziemy w postaci:

$$(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p,$$

gdzie d_i jest cyfrą na i-tej pozycji. Cyfrze d_i odpowiada waga p^i, tj. i-ta potęga podstawy p. Wartość liczby $(d_{k-1}d_{k-2}\dots d_0)_p$ wyliczamy więc ze wzoru:

$$\sum_{i=0}^{k-1} d_i \cdot p^i.$$

Kolejne cyfry w systemie o podstawie p wyznacza się obliczając reszty z dzielenia pozostałej wartości przez podstawę p. Kończy się kiedy pozostała wartość jest równa 0.

Niech x_i będzie liczbą jaka jeszcze pozostała do zamiany na system przy podstawie p. Za początkową wartość x_0 przyjmujemy liczbę, którą chcemy zapisać. W kolejnych krokach wyliczamy $d_i = x_i \bmod p$ oraz $x_{i+1} = x_i \operatorname{div} p$. Operacja mod to reszta z dzielenia a div to dzielenie całkowite.

Między tymi wartościami zachodzi następująca zależność dla dowolnych liczb całkowitych $a \geqslant 0$ i $b > 0$:

$$a = b \cdot (a \operatorname{div} b) + (a \bmod b).$$

Przykłady

$$\begin{aligned}
(110)_2 &= 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4 + 2 + 0 = 6 \\
(2016)_{10} &= 6 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^3 = 6 + 10 + 2000 = 2016 \\
(ABBA)_{16} &= 10 \cdot 16^0 + 11 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^3 = 10 + 176 + 2816 + 40960 = 43962
\end{aligned}$$

Zadanie 1

Podaj dziesiętne wartości następujących liczb: $(101010)_2$, $(1357)_8$, $(DEAD)_{16}$ i $(BEAF)_{16}$.

Zadanie 2

Przedstaw liczbę $(12345)_{10}$ w systemie binarnym, trójkowym, czwórkowym, ósemkowym i szesnastkowym.

Zadanie 3

Mając liczbę w systemie binarnym, jak łatwo przekształcić ją do systemów czwórkowego, ósemkowego oraz szesnastkowego, i jak z tych trzech systemów łatwo przejść na system binarny?

Zadanie 4

Zapisz numer swojego albumu we wszystkich systemach o podstawie od 2 do 16.

Zadanie 5

Ile potrzeba cyfr do zapisu liczby n w systemie o podstawie p? Czy można to wyrazić wzorem matematycznym zależnym od n i p?

Zadanie 6

Napisz algorytm który dla podanej liczby n i podstawy p sprawdzi, czy podana liczba jest w systemie o tej podstawie palindromem (tj. czytana od lewej do prawej i od prawej do lewej wygląda identycznie). W algorytmie nie chcemy pamiętać cyfr liczby, chcemy tylko użyć operacji arytmetycznych na liczbach całkowitych.