

Wstęp do Informatyki i Programowania

Lista nr 5 30 października i 8 listopada

Zadanie 1

Dwumian Newtona od n i k (dla $0 \leq k \leq n$) możemy policzyć rekurencyjnie

$$\begin{aligned}\binom{n}{0} &= 1 \\ \binom{n}{n} &= 1 \\ \binom{n}{k} &= \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \quad \text{dla } 0 < k < n\end{aligned}$$

Udowodnij poprawność tego wzoru.

Zadanie 2

Napisz pseudokod funkcji rekurencyjnej obliczającej dwumian Newtona według wzoru z poprzedniego zadania. Policzyć ile wywołań tej funkcji wymaga policzenie $\binom{4}{2}$, $\binom{5}{2}$, $\binom{6}{3}$ i $\binom{8}{4}$. Jakbyś oszacował tą liczbę w zależności od n .

Zadanie 3

Napisz pseudokod funkcji obliczającej dwumian Newtona $\binom{n}{k}$, według wzoru z zadania 1, w wersji iteracyjnej korzystającej z jednej tablicy o $n+1$ elementach. Oszacuj liczbę dodawań potrzebnych do policzenia tego dwumianu.

Wskazówka: zobacz hasło trójkąt Pascala.

Zadanie 4

Popraw podany na wykładzie algorytm obliczania sita Eratostenesa aby polepszyć jego szybkość.

Zadanie 5

Napisz pseudokod procedury znajdującej pierwsze n liczb pierwszych. Wykorzystaj tablicę do ich zapamiętania i przyspieszenia testowania kolejnych kandydatów.

Zadanie 6

Załóżmy, że mamy wygenerowaną tablicę n liczb pierwszych w kolejności rosnącej. Jak szybko odpowiedzieć na pytanie czy p jest w tej tablicy? Podaj pseudokod tego wyszukiwania i oszacuj maksymalną liczbę elementów, które są czytane z tablicy w trakcie tego wyszukiwania.