

Wstęp do Informatyki i Programowania

Lista nr 8 26 i 28 listopada

Zadanie 1

Napisz pseudokod rekurencyjnej funkcji rozwiązującej równanie diofantyczne na liczbach naturalnych a i b następującej postaci

$$ax + by = z$$

gdzie $z = \gcd(a, b)$ a x i y są całkowite.

Załącz, że wynikiem funkcji jest trójka liczb x, y, z . Uzasadnij poprawność działania napisanej funkcji.

Zadanie 2

Korzystając z funkcji z poprzedniego zadania napisz pseudokod funkcji rozwiązującej dla dowolnych całkowitych a, b i c równanie diofantyczne

$$ax + by = c$$

Funkcja powinna zwracać informację, czy równanie ma rozwiązanie i jeśli tak, to prawidłowe wartości x i y .

Zadanie 3

Założmy, że mamy liczbę naturalną n i chcemy dla naturalnych a i b , mniejszych od n i różnych od 0, znaleźć wynik $a/b \pmod{n}$, czyli znaleźć takie c , że $b \cdot c = 1 \pmod{n}$, i wykonać obliczenie $a/b = a \cdot c \pmod{n}$. Jak korzystając z poprzednich zadań znaleźć takie c lub stwierdzić, że nie istnieje.

Czy jeśli n jest liczbą pierwszą, to algorytm można uprościć?

Zadanie 4

Założmy, że mamy dwie posortowane tablice n -elementowe. Napisz pseudokod procedury, która do nowej tablicy długości $2n$ wpisze elementy z obu posortowanych tablic tak aby

1. nowa tablica także była posortowana;
2. liczba porównań elementów była nie większa niż $2n$.

Czy można uogólnić ten algorytm na dwie tablice o różnej długości n i m ?

Zadanie 5

Napisz pseudokod rekurencyjnej procedury, która korzystając z poprzedniego zadania posortuje wejściową tablicę n -elementową, schodząc rekurencją do poziomu co najwyżej $\lceil \log_2 n \rceil$.

Zadanie 6

Przerób algorytm sortowania z poprzedniego zadania na wersję nierekurencyjną.