

Alгоритмы и структуры данных

Lista 6

Zadanie 1.

INPUT: Graf acykliczny skierowany $G = (V, E)$, gdzie $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ oraz każda skierowana krawędź (v_i, v_j) zaczyna się od wierzchołka o mniejszym indeksie i i kieruje się do wierzchołka o większym indeksie (czyli $i < j$).

OUTPUT: Długość najdłuższej ścieżki zaczynającej się od v_1 i kończąca się w v_n (długość ścieżki to liczba krawędzi na tej ścieżce).

- Pokaż, że poniższy algorytm nie działa poprawnie (podaj przykład grafu dla którego algorytm nie zwraca poprawnej odpowiedzi).

```
1:  $w = v_1$ 
2:  $L = 0$ 
3: while  $w \neq v_n$  do
4:   wybierz krawędź  $(w, v_j)$  dla której  $j$  jest najmniejsze możliwe
5:    $w = v_j$ 
6:    $L ++$ 
7: end while
8: Zwróć  $L$  jako długość najdłuższej ścieżki od  $v_1$  do  $v_n$ 
```

- Zaprojektuj efektywny algorytm rozwiązujący postawiony problem. Przeanalizuj poprawność i złożoność obliczeniową swojego algorytmu.

Zadanie 2.

INPUT: Zbiór n odcinków $[s_i, f_i, w_i]$ dla $i = \{1, \dots, n\}$, gdzie s_i to początek i -tego odcinka, f_i koniec i -tego odcinka, w_i to waga i -tego odcinka.

OUTPUT: Podzbiór odcinków nie przecinających się o największej wadze.

Zaprojektuj efektywny algorytm rozwiązujący postawiony problem. Przeanalizuj poprawność i złożoność obliczeniową swojego algorytmu.

Zadanie 3.

INPUT: Ciąg $[a_1, \dots, a_n]$.

OUTPUT: Ciąg spójny $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+k}$, którego suma będzie największa.

Zaprojektuj liniowy algorytm znajdowania ciągu opisanego w OUTPUT, zbadaj jego poprawność.

Przykład: dla ciągu 5, 15, -30, 10, -5, 40, 10 ciągu spójny o największej sumie to: 10, -5, 40, 10.

Zadanie 4.

Jedziemy przez paliwowa pustynie pojazdem palącym 1 litr paliwa na 1 km. Pojemność baku wynosi W . Znamy rozkład stacji benzynowych wzdłuż drogi, którą jedziemy i wszystkie one są położone na pełnych kilometrach. Na stacji numer i , cena paliwa wynosi w_i . Pokaż algorytm obliczający jak najtaniej można dojechać do końca drogi (czyli do stacji numer n). Przeanalizuj poprawność i złożoność obliczeniową swojego algorytmu.

Zadanie 5.

Rozważmy ukorzenione drzewo, w którego korzeniu pojawia się pewna informacja. W każdej rundzie, wierzchołek posiadający informację, może poinformować jedno swoje dziecko. Pokaż algorytm, który na podstawie struktury drzewa obliczy dla każdego wierzchołka w jakiej kolejności ma on informować dzieci tak, żeby czas dotarcia informacji do wszystkich wierzchołków drzewa był jak najkrótszy. Przeanalizuj poprawność i złożoność obliczeniową swojego algorytmu.

Zadanie 6.

Rozważmy stacją przeładunkową o pojemności W . Na stację zamawiamy dla klientów taki sam towar, przychodzący w jednostkowych paczkach. Przechowywanie jednej paczki przez jeden dzień kosztuje c . Zamówienie dostawy dowolnej liczby paczek kosztuje P . Pokaż algorytm, który mając dany ciąg zapotrzebowań klientów (dla każdego dnia wiemy ile paczek zostanie od nas kupione) tak rozplanowuje nasz plan zamówień, żeby minimalizować całkowity koszt. Przeanalizuj poprawność i złożoność obliczeniową swojego algorytmu.