Teoria obliczeń i złożoność obliczeniowa

Lista nr 2 na 15 października 2014

Zad. 5
Pokaż, że zbiór rekurencyjnie przeliczalny jest rzutem pewnego zbioru rekurencyjnego. To znaczy, jeśli B jest rekurencyjnie przeliczalny, to istnieje taki zbiór rekurencyjny $A \subseteq \mathbb{N}^2$, że $B = \{n : \exists_m \, (n, m) \in A\}$.

Zad. 6
Niech A, B, C, D będą zbiorami rekurencyjnie przeliczalnymi, takimi że każda liczba naturalna należy dokładnie do dwóch z nich. Udowodnij, że w takim razie wszystkie te cztery zbiory są rekurencyjne.

Zad. 7
Pokaż, że jeśli język L jest rekurencyjnie przeliczalny, to istnieje maszyna Turinga G, która generuje L (startując ze słowem pustym wypisuje kolejno słowa należące do L na taśmie wyjściowej) bez powtarzania jakiegokolwiek elementu L.

Zad. 8
Pokaż, że jeśli język L jest rekurencyjny, to istnieje maszyna Turinga G, która generuje L (startując ze słowem pustym wypisuje kolejno słowa należące do L na taśmie wyjściowej) w porządku leksykograficznym.

Zad. 9

1. Czy zbiór wszystkich dowodliwych twierdzeń w aksjomatycznej teorii matematycznej jest zbiorem rekurencyjnie przeliczalnym?
2. Jakie byłyby konsekwencje dla matematyki, gdyby zbiór ten był rekurencyjny?
3. Czy zbiór wszystkich twierdzeń, które nie mają dowodu w aksjomatycznej teorii matematycznej jest rekurencyjnie przeliczalny?

Maciej Gębala, Mirosław Kutyłowski