Imię i nazwisko: numer albumu:

Teoria obliczeń i złożoność obliczeniowa 2015

przygotowanie na egzamin

Zadanie 1 - klasy złożoności

Na wykładzie pokazywaliśmy, że problem PRIMES należy do klasy NP. Zbadać jaka jest złożoność pamięciowa tego algorytmu.

Zadanie 2 - aproksymacja

Pokazać, że jeśli problem INDEPENDENT SET ma algorytm aproksymacyjny dla $0 < \alpha < 1$, to ma algorytm aproksymacyjny dla każdego $\varepsilon > 0$. (Problem INDEPENDENT SET polega na wskazaniu niezależnego zbioru wierzchołków w grafie, który ma maksymalną liczbę wierzchołków.)

Wskazówka: dla grafu G rozważyć graf G^2, w którym wierzchołki to pary wierzchołków z G, zaś krawędź między (u, u') i (v, v') istnieje, gdy $u = v$ i (u', v') jest krawędzią w G, albo gdy (u, v) jest krawędzią w G. Dla takiego grafu pokazać, że G ma zbiór niezależny rozmiaru $t \Leftrightarrow G^2$ ma zbiór niezależny rozmiaru t^2.

Zadanie 3 - alg. randomizacyjne

3.1) Niech $MAJORITY$ oznacza klasę problemów A, dla których istnieje wielomianowy algorytm randomizacyjny dla którego więcej niż połowa obliczeń na x kończy się akceptacją wtedy i tylko wtedy gdy $x \in A$. Pokazać, że jeśli $MAJORITY \subseteq BPP$ to $RP = NP$.

3.2) Mamy źródło losowości, które jest δ-losowe dla $\delta = \frac{1}{\log n}$. Przy pomocy tego źródła i algorytmu BPP dla problemu A z tej klasy spróbować skonstruować algorytm dający prawidłową odpowiedź dla pytania czy $x \in A$ z prawdopodobieństwem co najmniej $\frac{2}{3}$.

Zadanie 4 - NP

4.1) Rozważmy decyzyjny problem INTEGER PROGRAMMING, w którym należy odpowiedzieć czy istnieje wektor całkowitoliczbowy x taki, że $c^T \cdot x > b$, przy założeniu, że $A \cdot x \leq d$. Pokazać, że problem ten jest NP-zupełny.

4.2) Pokazać, że problem NODE COVER daje się zredukować do decyzyjnego problemu INTEGER PROGRAMMING. Pokazać, że NODE COVER jest NP-zupełny.

Zadanie 5 - modele obliczeń
5.1) Maszyna kolejkowa to automat (podobny do automatu ze stosem), posiadający alfabet kolejkowy Γ i alfabet wejściowy $\Sigma \subset \Gamma$. Na początku słowo wejściowe jest wpisane w kolejkę (dane są zakończone specjalnym symbolem $\# \in \Gamma \setminus \Sigma$). W każdym ruchu automat może ściągnąć jedną literę z początku kolejki i na podstawie tej litery oraz swego aktualnego stanu zmienić stan i dodać na końcu kolejki słowo należące do Γ^*. Maszyna akceptuje przez uzyskanie pustej kolejki. Czy każda maszyna Turinga może być zasymulowana przez maszynę kolejkową?
5.2) Pokaż w λ-rachunku, że `not true` jest tą samą funkcją co `false`. Definicje `not`, `true`, `false` weź z listy nr 5.

Zadanie 6 - rozstrzygalność Czy funkcja f taka, że $f(n)$ jest równe liczbie par (M, x) takich, że długość (opisu) M oraz x wynosi co najwyżej n oraz M zatrzymuje się na x jest obliczalna? Uzasadnić odpowiedź.