

Metody Probabilistyczne i Statystyka

LISTA 12 do wykładu 12 (procesy stochastyczne)

Informatyka algorytmiczna (I st.) WliT – 2021/2022

Zadanie 1. Rozważmy następujący proces Markova: w kasynie gracz startuje z 10 PLN w kieszeni. W chwili t obstawia zakład z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$. Jeśli obstawi to z prawdopodobieństwem $\frac{1}{4}$ wygrywa 1PLN i z prawdopodobieństwem $\frac{1}{4}$ przegrywa 1PLN.

Jaki jest stan portfela gracza po 3, 4, 5 krokach? Jaki jest stan po t krokach (w przybliżeniu)? Jaki jest stan po bardzo dużej liczbie kroków? Zakładamy, że gracz może dostać od kasyna nieograniczony kredyt.

Zadanie 2. Co w powyższym zadaniu się zmieni, jeśli założymy, że gracz nie może już obstawiać, gdy ma zero złotych w portfelu.

Zadanie 3. Napisać algorytm zwracający losowy matching (skojarzenie) w zadanym grafie (tzn. chodzi o podgraf, gdzie każdy wierzchołek ma stopień 0 lub 1). Wybór ma być z jednostajnym prawdopodobieństwem ze zbioru wszystkich matchingów.

Zadanie 4. Rozważmy siatkę 10×10 i błędzenie losowe kursora po siatce: w jednym kroku z prawdopodobieństwem kursor przesuwa się do jednego z sąsiadów z tym samym prawdopodobieństwem (przyjmujemy, że bieżąca pozycja jest też sąsiadem).

- Do jakiego rozkładu prawdopodobieństwa zmierza rozkład prawdopodobieństwa kursora?
- wygenerować rozkłady po pierwszych 100 krokach (nie ręcznie!!). Jakie wpływają stąd wnioski?

Zadanie 5. Powtórzyć obserwacje dla sytuacji z poprzedniego zadania w naniesionych 2 przeszkodami: punktami w siatce, do których kursor nie może wejść.

Zadanie 6. Wiadomości docierają do elektronicznego centrum komunikatów w losowych porach, średnio 9 wiadomości na godzinę.

(a)Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej pięciu wiadomości w ciągu następnej godziny?

(b)Jakie jest prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie pięciu wiadomości w ciągu następnej godziny?

Zadanie 7. Przerwy w dostawie energii elektrycznej są niespodziewanymi, rzadkimi zdarzeniami występującymi zgodnie z procesem Poissona z o średniej częstości 3 wyłączeń na miesiąc. Obliczyć prawdopodobieństwo wystąpienia więcej niż 5 w ciągu trzech miesięcy.