

Metody Probabilistyczne i Statystyka - lista 9 do wykładu 9

Informatyka algorytmiczna (I st.) WIT – zima 2022/2023

Zadania oznaczone symbolem ★ są nieobowiązkowe („jak starczy czasu”, niekoniecznie trudne).

Zadanie 1. (do samodzielnego wykonania): Poddaj testom NIST:

1.output generatora liczb losowych z języka, który używasz. Np. C, Python, ...

2.output SHA-1(własne nazwisko)

Dla obliczenia hasza SHA-1() użyj jakiego serwisu online, np.

<https://emn178.github.io/online-tools/sha1.html>

Dla przeprowadzenia testów NIST użyj jakiegoś serwisu online, np. strony Zsolta Molnara:

<https://mzsoltmolnar.github.io/random-bitstream-tester/>

Zadanie 2. (do samodzielnego wykonania i dyskusji na ćwiczeniach): Przeczytaj opis pierwszych 4 testów NIST dla generatorów liczb losowych. Specyfikacja NIST jest dostępna online, np.:

<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/legacy/sp/nistspecialpublication800-22r1a.pdf>

Postaraj się znaleźć intuicyjne wyjaśnienie dla poszczególnych kroków algorytmu, w szczególności zasad określających wynik testu.

(ps: to jeden z przypadków testów statystycznych – później zajmiemy się tym dokładniej)

Zadanie 3. Jak wygenerować najłatwiej zmienną losową o gęstości prawdopodobieństwa $f(x) = 1,5 \cdot \sqrt{x}$ z wartościami na odcinku $[0, 100]$? Masz do dyspozycji generator liczb z przedziału $[0, 1]$ z rozkładem jednostajnym. Przedstaw pseudokod.

Zadanie 4. Oszacuj złożoność obliczeniową przedstawionej na wykładzie metody generowania zmiennej losowej z rozkładem Poissona. Oczywiście, metoda ta nie ma stałego czasu obliczeń, więc oszacuj wartość oczekiwaną przyjmując jako parametr koszt każdej operacji arytmetycznej.

Zadanie 5. ★ Na wykładzie 10 dyskutowaliśmy metodę generowania zmiennej losowej X o dystrybucji F_X na podstawie $F_X^{-1}(u)$ dla u z rozkładu jednostajnego.

Czy realizacja numeryczna tej metody może powodować przekłamania? W jakiej sytuacji?

Zadanie 6. (do samodzielnego wykonania): Wygeneruj losowo 5 punktów leżących pomiędzy wykresem funkcji $y = \sin(x)$ a osią x na odcinku od 0 do π .

Do tego celu użyj Matlab. (Składnia Matlab jest prościutka - warto przy okazji poznać ją.)

Matlaba najprościej chyba uruchomić sobie online na

<https://matlab.mathworks.com/>

instrukcje na stronie Działu Informatyzacji:

<https://di.pwr.edu.pl/oprogramowanie/oprogramowanie-matlab>

Zadanie 7. ★ Transformacja Box-Muller dla zmiennych losowych U_1, U_2 ma postać

$$Z_1 = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \cdot \cos(2\pi U_2) \quad (1)$$

$$Z_2 = \sqrt{-2 \ln(U_1)} \cdot \sin(2\pi U_2) \quad (2)$$

Pokazano, że jeśli U_1, U_2 są niezależne i mają rozkład jednostajny na $[0, 1]$, to Z_1, Z_2 są niezależne i mają rozkład normalny. Zakładając, że powyższe stwierdzenie jest prawdziwe, porównaj złożoność generowania Z_1, Z_2 opisaną metodą do generowania np. za pomocą *rejection method*.