

Grafy losowe i sieci złożone

Informatyka algorytmiczna, WliT PWr
semestr zimowy 2024/2025

Misja 1. Nothing Compares 2U

(agent 1: Mateusz Pełechaty, agent 2: Jakub Sokołowski)

Zad. 1 — Niech $G_{n,p}$ będzie dwumianowym grafem losowym, zaś $G_{n,m}$ jednostajnym grafem losowym. Zdefiniujmy własności:

- \mathcal{P}_Δ - „graf posiada co najmniej jeden trójkąt”,
- \mathcal{P}_C - „graf jest spójny”,
- $\mathcal{P}_{=4}$ - „co najmniej połowa wierzchołków ma stopień równy 4”,
- $\mathcal{P}_{\neq m}$ - „liczba krawędzi w grafie jest różna od m ”.

Dla każdej z własności \mathcal{P}_* spróbuj sensownie na wykresach porównać $\mathbb{P}[G_{n,p} \in \mathcal{P}_*]$ z $\mathbb{P}[G_{n,m} \in \mathcal{P}_*]$ dla dość dużych n , $p = \frac{m}{\binom{n}{2}}$ oraz m takiego, że $m = m(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$, ale $\binom{n}{2} - m(n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$. Czy dla którejś z powyższych własności któraś z poniższych nierówności ma szansę być spełniona przy tak wybranych p oraz m ?

1. $\mathbb{P}[G_{n,m} \in \mathcal{P}_*] \leq 2 \mathbb{P}[G_{n,p} \in \mathcal{P}_*]$
2. $\mathbb{P}[G_{n,m} \in \mathcal{P}_*] \leq 3\sqrt{m} \mathbb{P}[G_{n,p} \in \mathcal{P}_*]$
3. $\mathbb{P}[G_{n,p} \in \mathcal{P}_*] \leq \mathbb{P}[G_{n,m} \in \mathcal{P}_*]$

Misja 2. Going Through Changes

(agent 1: Joanna Kulig, agent 2: Maciej Bazela)

Zad. 1 — Niech $G_{n,p}$ będzie dwumianowym grafem losowym. Zdefiniujmy własności:

- \mathcal{P}_Δ - „graf posiada co najmniej jeden trójkąt”,
- \mathcal{P}_C - „graf jest spójny”
- \mathcal{P}_\bullet - „graf nie posiada wierzchołków izolowanych”
- $\mathcal{P}_{=4}$ - „co najmniej połowa wierzchołków ma stopień równy 4”.

Dla każdej z własności \mathcal{P}_* wygeneruj wykresy zależności $\mathbb{P}[G_{n,p} \in \mathcal{P}_*]$ od $p \in [0, 1]$ dla $n = 1, 2, 5, 10, 100, \dots$. Obserwuj, jak zmieniają się wykresy, gdy rośnie n .

Zad. 2 — Pomyśl, poeksperymentuj ze swoimi ulubionymi własnościami grafów, poczytaj...

Misja 3. (I Can't Get No) Satisfaction

(agent 1: Aleksander Głowacki, agent 2: Dominik Kaczmarek, agent 3: ...)

Zad. 1 — Wybierz swoją ulubioną sieć rzeczywistą z którejś z poniższych baz danych (albo dowolnej innej).

- Network Repository
- KONECT
- Stanford Network Analysis Project
- WebGraph

Wyznacz następujące parametry grafowe Twojej sieci rzeczywistej:

- średnicę,
- lokalny współczynnik klasteryzacji ,
- rozkład stopni wierzchołków.

Porównaj je z tymi występującymi w grafie losowym $G_{n,p}$ (parametr p dobierz tak, żeby wartość oczekiwana liczby krawędzi w $G_{n,p}$ była równa liczbie krawędzi w sieci rzeczywistej).

Czy $G_{n,p}$ dobrze modeluje Twoją sieć?