

Metody optymalizacji

Wykład nr 5

Paweł Zieliński

Katedra Podstaw Informatyki,
Wydział Informatyki i Telekomunikacji,
Politechnika Wrocławska



Szkic algorytmu sympleks

krok 1. Wybierz bazę początkową $\mathbf{B}$ (bazowe rozwiązanie dopuszczalne
 $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^P]^T$ $\mathbf{x}^B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^P = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}$).

.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1. Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^P]^T$ $\mathbf{x}^B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^P = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^B = B^{-1}\mathbf{b}$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .

.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^P]^T$ $\mathbf{x}^B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^P = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^B = B^{-1}\mathbf{b}$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.

Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^P]^T$, $\mathbf{x}^B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^P = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^B = B^{-1}\mathbf{b}$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli $\mathbf{x}$ jest optymalne, to **STOP**.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę B_{j^*} (zmienną x_{j^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę B_{i^*} (zmienną x_{i^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.
Jeżeli dla wszystkich $i = 1, \dots, m$, $y_i^k \leq 0$, to **STOP** (nie ma rozwiązania optymalnego skończonego).



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę B_{i^*} (zmienną x_{i^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.
Jeżeli dla wszystkich $i = 1, \dots, m$, $y_i^k \leq 0$, to **STOP** (nie ma rozwiązania optymalnego skończonego).
- krok 5.** Skonstruuj sąsiednie rozwiązanie bazowe $\bar{x}$.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^P]^T$ $\mathbf{x}^B \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^P = \mathbf{0}$, $\mathbf{x}^B = B^{-1}\mathbf{b}$).
Wyznacz współrzędne $\bar{\mathbf{y}}^j$ kolumn $\mathbf{P}_j$, $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli $\mathbf{x}$ jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę $\mathbf{P}_k$ (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę $\mathbf{B}_{i^*}$ (zmienną x_{i^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.
Jeżeli dla wszystkich $i = 1, \dots, m$, $y_i^k \leq 0$, to **STOP** (nie ma rozwiązania optymalnego skończonego).
- krok 5.** Skonstruuj sąsiednie rozwiązanie bazowe $\bar{\mathbf{x}}$. Wyznacz współrzędne $\bar{\mathbf{y}}^j$ kolumn $\mathbf{P}_j$, $j = 1, \dots, n$, w nowej bazie $\bar{B}$.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę B_{i^*} (zmienną x_{i^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.
Jeżeli dla wszystkich $i = 1, \dots, m$, $y_i^k \leq 0$, to **STOP** (nie ma rozwiązania optymalnego skończonego).
- krok 5.** Skonstruuj sąsiednie rozwiązanie bazowe $\bar{x}$. Wyznacz współrzędne $\bar{y}^j$ kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w nowej bazie $\bar{B}$.
Podstaw $x \leftarrow \bar{x}$, $y^j \leftarrow \bar{y}^j$, $B \leftarrow \bar{B}$.



Szkic algorytmu sympleks

- krok 1.** Wybierz bazę początkową B (bazowe rozwiązanie dopuszczalne $x^T = [x^B, x^P]^T$ $x^B \geq 0$, $x^P = 0$, $x^B = B^{-1}b$).
Wyznacz współrzędne y^j kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w bazie B .
- krok 2.** Sprawdź **kryterium optymalności**.
Jeżeli x jest optymalne, to **STOP**.
- krok 3.** Ustal kolumnę P_k (zmienną x_k) wchodzącą do bazy, **kryterium wejścia**.
- krok 4.** Wybierz kolumnę B_{i^*} (zmienną x_{i^*}) wychodzącą, **kryterium wyjścia**.
Jeżeli dla wszystkich $i = 1, \dots, m$, $y_i^k \leq 0$, to **STOP** (nie ma rozwiązania optymalnego skończonego).
- krok 5.** Skonstruuj sąsiednie rozwiązanie bazowe $\bar{x}$. Wyznacz współrzędne $\bar{y}^j$ kolumn P_j , $j = 1, \dots, n$, w nowej bazie $\bar{B}$.
Podstaw $x \leftarrow \bar{x}$, $y^j \leftarrow \bar{y}^j$, $B \leftarrow \bar{B}$. Przejdź do **kroku 2**.



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie

$$B = [B_1, \dots, B_{j^*}, \dots, B_m] \rightarrow \overline{B} = [B_1, \dots, B_{j^*-1}, B_{j^*+1}, \dots, B_m, P_k].$$



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie

$$B = [B_1, \dots, B_{j^*}, \dots, B_m] \rightarrow \bar{B} = [B_1, \dots, B_{j^*-1}, B_{j^*+1}, \dots, B_m, P_k].$$

Kolumna bazowa B_{j^*} wychodzi z bazy, kolumna niebazowa P_k wchodzi.



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{j^*}, \dots, \mathbf{B}_m] \rightarrow \overline{\mathbf{B}} = [\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{j^*-1}, \mathbf{B}_{j^*+1}, \dots, \mathbf{B}_m, \mathbf{P}_k].$$

Kolumna bazowa $\mathbf{B}_{j^*}$ wychodzi z bazy, kolumna niebazowa $\mathbf{P}_k$ wchodzi.
Przedstawmy kolumnę niebazową $\mathbf{P}_k$ w starej bazie $\mathbf{B}$

$$y_1^k \mathbf{B}_1 + \dots + y_{j^*-1}^k \mathbf{B}_{j^*-1} + y_{j^*}^k \mathbf{B}_{j^*} + y_{j^*+1}^k \mathbf{B}_{j^*+1} + \dots + y_m^k \mathbf{B}_m = \mathbf{P}_k \quad (1)$$



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{i^*}, \dots, \mathbf{B}_m] \rightarrow \overline{\mathbf{B}} = [\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_{i^*-1}, \mathbf{B}_{i^*+1}, \dots, \mathbf{B}_m, \mathbf{P}_k].$$

Kolumna bazowa $\mathbf{B}_{i^*}$ wychodzi z bazy, kolumna niebazowa $\mathbf{P}_k$ wchodzi.
Przedstawmy kolumnę niebazową $\mathbf{P}_k$ w starej bazie $\mathbf{B}$

$$y_1^k \mathbf{B}_1 + \dots + y_{i^*-1}^k \mathbf{B}_{i^*-1} + y_{i^*}^k \mathbf{B}_{i^*} + y_{i^*+1}^k \mathbf{B}_{i^*+1} + \dots + y_m^k \mathbf{B}_m = \mathbf{P}_k \quad (1)$$

Przedstawmy kolumnę niebazową $\mathbf{P}_j$ w starej bazie

$$y_1^j \mathbf{B}_1 + \dots + y_{i^*-1}^j \mathbf{B}_{i^*-1} + y_{i^*}^j \mathbf{B}_{i^*} + y_{i^*+1}^j \mathbf{B}_{i^*+1} + \dots + y_m^j \mathbf{B}_m = \mathbf{P}_j \quad (2)$$



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie

$$B = [B_1, \dots, B_{i^*}, \dots, B_m] \rightarrow \bar{B} = [B_1, \dots, B_{i^*-1}, B_{i^*+1}, \dots, B_m, P_k].$$

Kolumna bazowa B_{i^*} wychodzi z bazy, kolumna niebazowa P_k wchodzi.
 Przedstawmy kolumnę niebazową P_k w starej bazie B

$$y_1^k B_1 + \dots + y_{i^*-1}^k B_{i^*-1} + y_{i^*}^k B_{i^*} + y_{i^*+1}^k B_{i^*+1} + \dots + y_m^k B_m = P_k \quad (1)$$

Przedstawmy kolumnę niebazową P_j w starej bazie

$$y_1^j B_1 + \dots + y_{i^*-1}^j B_{i^*-1} + y_{i^*}^j B_{i^*} + y_{i^*+1}^j B_{i^*+1} + \dots + y_m^j B_m = P_j \quad (2)$$

Mnożąc (1) przez $\frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k}$, odejmujemy od (2) i otrzymujemy przedstawienie P_j nowej bazie



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie...

$$\begin{aligned} & (y_1^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_1^k) \mathbf{B}_1 + \cdots + (y_{i^*-1}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*-1}^k) \mathbf{B}_{i^*-1} + (\mathbf{y}_{i^*}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*}^k) \mathbf{B}_{i^*} + \\ & (y_{i^*+1}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*+1}^k) \mathbf{B}_{i^*+1} + \cdots + (y_m^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_m^k) \mathbf{B}_m + \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_j \end{aligned}$$



Przedstawienie kolumn niebazowych w nowej bazie...

$$\begin{aligned} & (y_1^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_1^k) \mathbf{B}_1 + \cdots + (y_{i^*-1}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*-1}^k) \mathbf{B}_{i^*-1} + (\mathbf{y}_{i^*}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*}^k) \mathbf{B}_{i^*} + \\ & (y_{i^*+1}^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_{i^*+1}^k) \mathbf{B}_{i^*+1} + \cdots + (y_m^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_m^k) \mathbf{B}_m + \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} \mathbf{P}_k = \mathbf{P}_j \end{aligned}$$

Współrzędne $\bar{\mathbf{y}}^j$ kolumny $\mathbf{P}_j$ w nowej bazie $\bar{\mathbf{B}}$ wyznaczamy ze wzoru

$$\bar{\mathbf{y}}_i^j = \begin{cases} \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} & \text{dla } i = k \\ y_i^j - \frac{y_{i^*}^j}{y_{i^*}^k} y_i^k & \text{dla } i \neq k \end{cases} \quad i = 1, \dots, m.$$

Tablica sympleksowa

Rozważmy zadanie programowania liniowego i następnie przekształćmy je do postaci standardowej przez dodanie zmiennych uzupełniających s_1 i s_2 .

$$\begin{array}{ll} -4x_1 - 5x_2 \rightarrow \min & -4x_1 - 5x_2 + 0s_1 + 0s_2 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 \leq 40 & x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 120 & 4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120 \\ x_1, x_2 \geq 0 & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0 \end{array}$$



Tablica sympleksowa

Rozważmy zadanie programowania liniowego i następnie przekształćmy je do postaci standardowej przez dodanie zmiennych uzupełniających s_1 i s_2 .

$$\begin{array}{ll}
 -4x_1 - 5x_2 \rightarrow \min & -4x_1 - 5x_2 + 0s_1 + 0s_2 \rightarrow \min \\
 x_1 + 2x_2 \leq 40 & x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 \\
 4x_1 + 3x_2 \leq 120 & 4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120 \\
 x_1, x_2 \geq 0 & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0
 \end{array}$$

Pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne jest postaci:

$$x_1 = 0, x_2 = 0, s_1 = 40, s_2 = 120$$

Tablica sympleksowa

Rozważmy zadanie programowania liniowego i następnie przekształćmy je do postaci standardowej przez dodanie zmiennych uzupełniających s_1 i s_2 .

$$\begin{array}{ll}
 -4x_1 - 5x_2 \rightarrow \min & -4x_1 - 5x_2 + 0s_1 + 0s_2 \rightarrow \min \\
 x_1 + 2x_2 \leq 40 & x_1 + 2x_2 + s_1 = 40 \\
 4x_1 + 3x_2 \leq 120 & 4x_1 + 3x_2 + s_2 = 120 \\
 x_1, x_2 \geq 0 & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0
 \end{array}$$

Pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne jest postaci:

$$x_1 = 0, x_2 = 0, s_1 = 40, s_2 = 120$$

dla bazy początkowej

$$B = I$$

(kolumny trzecia i czwarta są kolumnami bazowymi).



Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,

c_j			-4	-5	0	0
	zm.	wartości				
	baz.	zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym c^B , czyli 0,0,

c_j			-4	-5	0	0
zm.	wartości					
baz.	zm. baz.		x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym c^B , czyli 0,0,
- kolumna 2 - zawiera aktualne zmienne bazowe, czyli s_1 i s_2 ,

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym c^B , czyli 0,0,
- kolumna 2 - zawiera aktualne zmienne bazowe, czyli s_1 i s_2 ,
- kolumna 3 - zawiera wartości zmiennych bazowych, czyli 40 i 120,

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym $\mathbf{c}^B$, czyli 0,0,
- kolumna 2 - zawiera aktualne zmienne bazowe, czyli s_1 i s_2 ,
- kolumna 3 - zawiera wartości zmiennych bazowych, czyli 40 i 120,
- kolumny 4,5,6,7- zawierają przedstawienia kolumn macierzy zadania programowania liniowego w aktualnej bazie $\mathbf{B}$, tzn. $\mathbf{y}^j, j = 1, \dots, n$, gdzie $\mathbf{y}^j = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}_j$, w naszym przypadku $\mathbf{B} = \mathbf{I}$. $\mathbf{y}^j = \mathbf{A}_j$,

c_j			-4	-5	0	0
	zm.	wartości				
	baz.	zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym $\mathbf{c}^B$, czyli 0,0,
- kolumna 2 - zawiera aktualne zmienne bazowe, czyli s_1 i s_2 ,
- kolumna 3 - zawiera wartości zmiennych bazowych, czyli 40 i 120,
- kolumny 4,5,6,7- zawierają przedstawienia kolumn macierzy zadania programowania liniowego w aktualnej bazie $\mathbf{B}$, tzn. $\mathbf{y}^j$, $j = 1, \dots, n$, gdzie $\mathbf{y}^j = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}_j$, w naszym przypadku $\mathbf{B} = \mathbf{I}$. $\mathbf{y}^j = \mathbf{A}_j$,
- wiersz 6 z_j - zawiera wielkości potrzebne do obliczenia wskaźników optymalności rozwiązania $z_j = (\mathbf{c}^B)^T \mathbf{y}^j$,

c_j			-4	-5	0	0
zm. baz.	wartości zm. baz.		x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- wiersz 1 c_j - zawiera współczynniki funkcji celu, czyli -4,-5,0,0,
- kolumna 1 - zawiera współczynniki funkcji celu odpowiadające zmiennym bazowym $\mathbf{c}^B$, czyli 0,0,
- kolumna 2 - zawiera aktualne zmienne bazowe, czyli s_1 i s_2 ,
- kolumna 3 - zawiera wartości zmiennych bazowych, czyli 40 i 120,
- kolumny 4,5,6,7- zawierają przedstawienia kolumn macierzy zadania programowania liniowego w aktualnej bazie $\mathbf{B}$, tzn. $\mathbf{y}^j, j = 1, \dots, n$, gdzie $\mathbf{y}^j = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}_j$, w naszym przypadku $\mathbf{B} = \mathbf{I}$. $\mathbf{y}^j = \mathbf{A}_j$,
- wiersz 6 z_j - zawiera wielkości potrzebne do obliczenia wskaźników optymalności rozwiązania $z_j = (\mathbf{c}^B)^T \mathbf{y}^j$,
- wiersz 7 - zawiera zawiera wskaźniki optymalności $c_j - z_j$.

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- Tablica pozwala:

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- Tablica pozwala:
 - stwierdzić optymalność rozwiązania (jego jednoznaczność),

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

- Tablica pozwala:
 - stwierdzić optymalność rozwiązania (jego jednoznaczność),
 - skonstruować sąsiednie rozwiązanie bazowe dopuszczalne,

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

- Tablica pozwala:
 - stwierdzić optymalność rozwiązania (jego jednoznaczność),
 - skonstruować sąsiednie rozwiązanie bazowe dopuszczalne,
 - czy wartości funkcji celu są nieograniczone z dołu.

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

- Tablica pozwala:
 - stwierdzić optymalność rozwiązania (jego jednoznaczność),
 - skonstruować sąsiednie rozwiązanie bazowe dopuszczalne,
 - czy wartości funkcji celu są nieograniczone z dołu.
- Aktualne rozwiązanie bazowe jest nieoptymalne (istnieją ujemne wskaźniki optymalności $c_j - z_j$).

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
0	s_1	40	1	2	1	0
0	s_2	120	4	3	0	1
	z_j	0	0	0	0	0
	$c_j - z_j$		-4	-5	0	0

- Tablica pozwala:
 - stwierdzić optymalność rozwiązania (jego jednoznaczność),
 - skonstruować sąsiednie rozwiązanie bazowe dopuszczalne,
 - czy wartości funkcji celu są nieograniczone z dołu.
- Aktualne rozwiązanie bazowe jest nieoptymalne (istnieją ujemne wskaźniki optymalności $c_j - z_j$).
- s_1 wychodzi z bazy a x_2 wchodzi do bazy - stosujemy kryterium wejścia i wyjścia.

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	20	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0
0	s_2	60	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{-3}{2}$	1
	z_j	-100	$\frac{-5}{2}$	-5	$\frac{-5}{2}$	0
	$c_j - z_j$		$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	20	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0
0	s_2	60	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{-3}{2}$	1
	z_j	-100	$\frac{-5}{2}$	-5	$\frac{-5}{2}$	0
	$c_j - z_j$		$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0

- Aktualne rozwiązanie bazowe jest nieoptymalne (istnieją ujemne wskaźniki optymalności $c_j - z_j$).

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	20	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0
0	s_2	60	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{-3}{2}$	1
	z_j	-100	$\frac{-5}{2}$	-5	$\frac{-5}{2}$	0
	$c_j - z_j$		$\frac{-3}{2}$	0	$\frac{5}{2}$	0

- Aktualne rozwiązanie bazowe jest nieoptymalne (istnieją ujemne wskaźniki optymalności $c_j - z_j$).
- s_2 wychodzi z bazy a x_1 wchodzi do bazy.

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	8	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$
-4	x_1	24	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
	z_j	-136	-4	-5	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{3}{5}$
	$c_j - z_j$		0	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	8	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$
-4	x_1	24	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
	z_j	-136	-4	-5	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{3}{5}$
	$c_j - z_j$		0	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$

- Rozwiązanie bazowe jest optymalne, tzn. wszystkie wskaźniki optymalności $c_j - z_j$ są nieujemne.

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	8	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$
-4	x_1	24	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
	z_j	-136	-4	-5	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{3}{5}$
	$c_j - z_j$		0	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$

- Rozwiązanie bazowe jest optymalne, tzn. wszystkie wskaźniki optymalności $c_j - z_j$ są nieujemne.
- Rozwiązanie jest optymalne jest jednoznaczne.

Tablica sympleksowa...

c_j			-4	-5	0	0
	zm. baz.	wartości zm. baz.	x_1	x_2	s_1	s_2
-5	x_2	8	0	1	$\frac{4}{5}$	$-\frac{1}{5}$
-4	x_1	24	1	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$
	z_j	-136	-4	-5	$-\frac{8}{5}$	$-\frac{3}{5}$
	$c_j - z_j$		0	0	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{5}$

- Rozwiązanie bazowe jest optymalne, tzn. wszystkie wskaźniki optymalności $c_j - z_j$ są nieujemne.
- Rozwiązanie jest optymalne jest jednoznaczne.
- Optymalna wartość funkcji celu wynosi -136.

Metoda dwóch faz - wyznaczanie pierwszego rozwiązania bazowego dopuszczalnego

$$\mathbb{X} = \begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geqslant \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

Metoda dwóch faz - wyznaczanie pierwszego rozwiązania bazowego dopuszczalnego

$$\mathbb{X} = \begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

Metoda składa się z dwóch etapów:



Metoda dwóch faz - wyznaczanie pierwszego rozwiązania bazowego dopuszczalnego

$$\mathbb{X} = \begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

Metoda składa się z dwóch etapów:

Faza I faza, w której wyznaczamy pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$ ($\mathbb{X} \neq \emptyset$) lub stwierdzamy, że $\mathbb{X} = \emptyset$,

Metoda dwóch faz - wyznaczanie pierwszego rozwiązania bazowego dopuszczalnego

$$\mathbb{X} = \begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

Metoda składa się z dwóch etapów:

- Faza I** faza, w której wyznaczamy pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$ ($\mathbb{X} \neq \emptyset$) lub stwierdzamy, że $\mathbb{X} = \emptyset$,
- Faza II** faza, w której wyznaczone rozwiązanie $\mathbf{x}$ jest początkowym rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym dla algorytmu sympleks.



Metoda dwóch faz...

FAZA I

Rozwiązujemy za pomocą algorytmu sympleks następujące zadanie LP

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in [m]} x_i^A \\ & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}^A \geq \mathbf{0} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4)$$

Metoda dwóch faz...

FAZA I

Rozwiązujemy za pomocą algorytmu sympleks następujące zadanie LP

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in [m]} x_i^A \\ & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}^A \geq \mathbf{0} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{x}^A \in \mathbb{R}^m$ jest wektorem sztucznych zmiennych.

Metoda dwóch faz...

FAZA I

Rozwiązujemy za pomocą algorytmu sympleks następujące zadanie LP

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in [m]} x_i^A \\ & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}^A \geq \mathbf{0} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{x}^A \in \mathbb{R}^m$ jest **wektorem sztucznych zmiennych**. W tym przypadku



Metoda dwóch faz...

FAZA I

Rozwiązujemy za pomocą algorytmu sympleks następujące zadanie LP

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in [m]} x_i^A \\ & \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}^A \geq \mathbf{0} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{x}^A \in \mathbb{R}^m$ jest **wektorem sztucznych zmiennych**. W tym przypadku

- $\mathbf{B} = \mathbf{I}$ jest bazą początkową,

Metoda dwóch faz...

FAZA I

Rozwiązujemy za pomocą algorytmu sympleks następujące zadanie LP

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in [m]} x_i^A \\ & \begin{cases} \mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x}^A \geq \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie $\mathbf{x}^A \in \mathbb{R}^m$ jest **wektorem sztucznych zmiennych**. W tym przypadku

- $\mathbf{B} = \mathbf{I}$ jest bazą początkową,
- $[\mathbf{x}, \mathbf{x}^A]^T, \mathbf{x} = \mathbf{0}, \mathbf{x}^A = \mathbf{b}, \mathbf{b} \geq \mathbf{0}$, jest pierwszym rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym.



Metoda dwóch faz...

Niech $[\mathbf{x}, \mathbf{x}^A]^T$ będzie rozwiązanie optymalnym problemu (4).



Metoda dwóch faz...

Niech $[\mathbf{x}, \mathbf{x}^A]^T$ będzie rozwiązaniem optymalnym problemu (4).
Rozważmy trzy przypadki:



Metoda dwóch faz...

Niech $[\mathbf{x}, \mathbf{x}^A]^T$ będzie rozwiązaniem optymalnym problemu (4).

Rozważmy trzy przypadki:

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A > 0$. Zatem istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna o wartości dodatniej. Stąd $\mathbb{X} = \emptyset$ - **przerywamy obliczenia!**



Metoda dwóch faz...

Niech $[\mathbf{x}, \mathbf{x}^A]^T$ będzie rozwiązaniem optymalnym problemu (4).

Rozważmy trzy przypadki:

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A > 0$. Zatem istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna o wartości dodatniej. Stąd $\mathbb{X} = \emptyset$ - **przerywamy obliczenia!**
- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ i żadna ze zmiennych sztucznych x_i^A , $i = 1, \dots, m$ nie jest zmienną bazową.

Wówczas **przechodzimy do FAZY II** i $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$ jest pierwszym rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym problemu (3).



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.
- Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{j^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{j^*}^k > 0$).



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.
- Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{j^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{j^*}^k > 0$).
Wtedy $\bar{\Theta}_k = 0$. Wartość funkcji celu się nie zmienia.



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.
- Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{j^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{j^*}^k > 0$).
Wtedy $\bar{\Theta}_k = 0$. Wartość funkcji celu się nie zmienia.
Otrzymane rozwiązanie $\mathbf{x}$ będzie rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym, ale zdegenerowanym.



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.
 - Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{j^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{j^*}^k > 0$).
Wtedy $\bar{\Theta}_k = 0$. Wartość funkcji celu się nie zmienia.
Otrzymane rozwiązanie $\mathbf{x}$ będzie rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym, ale **zdegenerowanym**.
 - Proces ten powtarzamy aż wszystkie zmienne sztuczne nie będą zmiennymi bazowymi.
- Powyższy proces "wypychania" zmiennej sztucznej $x_{j^*}^A$ nie powiedzie się tylko, jeśli $y_{j^*}^k = 0$ dla wszystkich kolumn **odpowiadających oryginalnym zmiennym**.



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{i^*}^A$. Oczywiście $x_{i^*}^A = 0$.
 - Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{i^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{i^*}^k > 0$).
Wtedy $\bar{\Theta}_k = 0$. Wartość funkcji celu się nie zmienia.
Otrzymane rozwiązanie $\mathbf{x}$ będzie rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym, ale **zdegenerowanym**.
 - Proces ten powtarzamy aż wszystkie zmienne sztuczne nie będą zmiennymi bazowymi.

Powyższy proces "wypychania" zmiennej sztucznej $x_{i^*}^A$ nie powiedzie się tylko, jeśli $y_{i^*}^k = 0$ dla wszystkich kolumn **odpowiadających oryginalnym zmiennym**. Co świadczy o tym, że **rank(A) < m** (istnieją przekształcenia elementarne zerujące wiersz i^* w oryginalnej macierzy **A**).



Metoda dwóch faz...

- $\sum_{i \in [m]} x_i^A = 0$ (wszystkie zmienne sztuczne mają wartość zero), ale istnieje co najmniej jedna sztuczna zmienna, która jest zmienną bazową, oznaczmy ją przez $x_{j^*}^A$. Oczywiście $x_{j^*}^A = 0$.
 - Wprowadźmy oryginalną zmienną niebazową x_k ($x_k = 0$), dla której $y_{j^*}^k \neq 0$ (niekoniecznie $y_{j^*}^k > 0$).
Wtedy $\bar{\Theta}_k = 0$. Wartość funkcji celu się nie zmienia.
Otrzymane rozwiązanie $\mathbf{x}$ będzie rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym, ale **zdegenerowanym**.
 - Proces ten powtarzamy aż wszystkie zmienne sztuczne nie będą zmiennymi bazowymi.

Powyższy proces "wypychania" zmiennej sztucznej $x_{j^*}^A$ nie powiedzie się tylko, jeśli $y_{j^*}^k = 0$ dla wszystkich kolumn **odpowiadających oryginalnym zmiennym**. Co świadczy o tym, że **rank(A) < m** (istnieją przekształcenia elementarne zerujące wiersz i^* w oryginalnej macierzy **A**). Zatem usuwamy i^* -ty wiersz z macierzy **A** i zmienną $x_{j^*}^A$.



Metoda dwóch faz...

FAZA II

Uruchamiamy algorytm sympleks dla problemu (3) z wyznaczonym w fazie I rozwiązaniem bazowym dopuszczalnym $\mathbf{x} \in \mathbb{X}$ (rozwiązanie może być zdegenerowane).



Degeneracja rozwiązania

Przyczyny degeneracji rozwiązania są, między innymi, następujące:



Degeneracja rozwiązania

Przyczyny degeneracji rozwiązania są, między innymi, następujące:

- Istnienie składowych zerowych w wektorze $\mathbf{b}$

$$\mathbf{Ax} + \mathbf{I} \mathbf{x}^A = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}^A \geq \mathbf{0}$$

Wówczas część składowych wektora sztucznych zmiennych $\mathbf{x}^A$ jest zerowa. Zatem w metodzie dwóch faz (FAZA I) pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne jest zdegenerowane.



Degeneracja rozwiązania

Przyczyny degeneracji rozwiązania są, między innymi, następujące:

- Istnienie składowych zerowych w wektorze b

$$Ax + Ix^A = \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} = b$$

$$x \geq 0$$

$$x^A \geq 0$$

Wówczas część składowych wektora sztucznych zmiennych x^A jest zerowa. Zatem w metodzie dwóch faz (FAZA I) pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne jest zdegenerowane.

- Występowanie składowych sztucznych w rozwiązaniu bazowym w metodzie dwóch faz (FAZA II). Wtedy po wymianie składowych sztucznych z oryginalnymi składowymi wektora x , w FAZA II pierwsze rozwiązanie bazowe dopuszczalne jest zdegenerowane.



Degeneracja rozwiązania...

- Brak jednoznaczności w kryterium wyjścia z bazy powoduje pojawienie się zerowych wartości w nowym rozwiązaniu bazowym dopuszczalnym (więcej niż jedna składowa się zeruje).



Degeneracja rozwiązania...

- Brak jednoznaczności w kryterium wyjścia z bazy powoduje pojawienie się zerowych wartości w nowym rozwiązaniu bazowym dopuszczalnym (więcej niż jedna składowa się zeruje).

Głównym zagrożeniem wynikającym z degeneracji rozwiązania bazowego dopuszczalnego jest możliwość **wpadnięcia cykl**.



Degeneracja rozwiązania...

- Brak jednoznaczności w kryterium wyjścia z bazy powoduje pojawienie się zerowych wartości w nowym rozwiązaniu bazowym dopuszczalnym (więcej niż jedna składowa się zeruje).

Głównym zagrożeniem wynikającym z degeneracji rozwiązania bazowego dopuszczalnego jest możliwość **wpadnięcia cykl**.

Twierdzenie

Jeśli rozwiązanie bazowe dopuszczalne odpowiada dwóm różnym macierzom bazowym, to rozwiązanie jest zdegenerowane.



Degeneracja rozwiązania...

Twierdzenie (O skończonej liczbie kroków)

Założmy, że $\mathbf{P}_k$ będzie kolumną wchodzącą do bazy wybraną następująco:

$$k = \min\{j : c_j - z_j < 0, m + 1 \leq j \leq n\}$$

oraz w przypadku pojawienia się niejednoznaczności przy zastosowaniu kryterium wyjścia, przyjmiemy jako indeks zmiennej usuwanej z bazy indeks i^ będący indeksem o najmniejszej wartości spośród indeksów wyznaczających minimalną wartość ilorazu,*

$$\frac{x_{i^*}^B}{y_{i^*}^k} = \min \left\{ \frac{x_i^B}{y_i^k} : y_i^k > 0, 1 \leq i \leq m \right\}.$$

Wówczas algorytm sympleks skończy działanie w skończonej liczbie kroków.



Uwagi na temat treści wykładu

Treść wykładu w całości została przygotowana na podstawie książek



Ireneusz Nykowski.

Programowanie liniowe.

PWE, Warszawa, 1980.



Christos H. Papadimitriou, Kenneth Steiglitz.

Combinatorial optimization: algorithms and complexity.

Dover Publications Inc., 1998.

